

На правах рукописи

Чернавин Федор Павлович

**МЕТОДИЧЕСКИЙ ИНСТРУМЕНТАРИЙ
ОЦЕНКИ И МОДЕЛИРОВАНИЯ КРЕДИТНОГО РИСКА
ПО ПОТРЕБИТЕЛЬСКИМ КРЕДИТАМ
С ПРИМЕНЕНИЕМ КОМИТЕТНЫХ КОНСТРУКЦИЙ**

08.00.13 – Математические и инструментальные методы экономики
(Математические методы)

АВТОРЕФЕРАТ

**диссертации на соискание ученой степени
кандидата экономических наук**

Екатеринбург - 2017

Диссертационная работа выполнена на кафедре анализа систем и принятия решений ФГАОУ ВПО «Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б.Н. Ельцина» и в отделе региональной промышленной политики и экономической безопасности ФГБУН «Институт экономики Уральского отделения РАН»

Научные руководители: **Никонов Олег Игоревич**, доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой анализа систем и принятия решений ФГАОУ ВПО «Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б.Н. Ельцина» (Россия);

Акбердина Виктория Викторовна, доктор экономических наук, профессор РАН, заведующая отделом региональной промышленной политики и экономической безопасности ФГБУН «Институт экономики Уральского отделения РАН» (Россия)

Официальные оппоненты: **Карминский Александр Маркович**, доктор экономических наук, доктор технических наук, профессор Факультета экономических наук Департамента финансов НИУ «Высшая школа экономики», г. Москва

Тимофеев Николай Андреевич, кандидат экономических наук, ведущий эксперт отдела инспектирования кредитных организаций №1 Инспекции по Свердловской области Уральской межрегиональной инспекции Главной инспекции Банка России, г. Екатеринбург

Ведущая организация ФГБОУ ВПО «Пермский государственный национальный исследовательский университет», г. Пермь

Защита состоится « 27 » июня 2017 г. в 15-00 часов на заседании диссертационного совета Д 004.022.01 при ФГБУН Институт экономики УрО РАН по адресу: 620014, г. Екатеринбург, ул. Московская, 29.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ФГБУН Институт экономики УрО РАН.

Автореферат разослан «___» _____ 2017 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета

О.А. Козлова

I. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы исследования. Российский банковский сектор в 2014-2015 годах столкнулся с рядом проблем, связанных с недооценкой кредитных рисков по потребительским кредитам, выданным в 2011-2013 годах. Так, за 2014 год остатки по резервам на возможные потери по кредитам физических лиц возросли с 619,0 млрд. руб. до 939,0 млрд. руб. (+ 320,0 млрд. руб., + 51,7%), уровень покрытия резервами увеличился с 6,5% до 8,6% (+ 2,1 п.п.). В настоящее время Банком России осуществляется внедрение подходов к оценке качества активов и капитала кредитной организации, определенных в рамках «Международной конвергенции измерения капитала и стандартов капитала: новые подходы» (Базель II). Основными нововведениями Базеля II оценке рисков, состоит в допуске внутренних рейтингов к расчету достаточности капитала кредитной организации (IRB approach). Кредитные организации заинтересованы как в снижении кредитных рисков, так и к разработке систем оценки рисков, которые бы удовлетворяли требованиям IRB подхода, что позволило бы снизить нагрузку на капитал кредитной организации. Одним из основных требований к подходу к оценке рисков на основании внутренних рейтингов, является внедрение в кредитной организации рейтинговой системы, которая бы позволяла с высокой степенью уверенности дифференцировать заемщиков по степени риска.

Чаще всего к построению рейтинговых моделей применяются методы построения линейного дискриминанта (как например, Logit метод), при этом данные методы, не позволяют учитывать нелинейные зависимости параметров, характеризующих заемщика. Актуальной проблемой является нахождение методов, позволяющих учитывать нелинейные зависимости кредитного риска и параметров заемщиков. Комитетные конструкции являются одним из методов, позволяющих проводить классификацию с учетом нелинейных зависимостей переменных, заметим, что данный метод не нашел широкого применения к построению рейтинговых моделей. Основным плюсом метода комитетов по сравнению с иными методами классификации, такими как, например нейронные сети, является наличие содержательной и геометрической интерпретации решения, так метод комитетов можно представить, как модель кредитного комитета из N членов.

Степень изученности проблемы. В области регулирования кредитного риска системообразующими документами являются Международная конвергенция измерения капитала и стандартов капитала: новые подходы (Базель II), положением Банка России №254-п и письмом №192-Т. Оценка кредитных рисков в банке имеет следующие основные цели: оценка рисков для определения ставок по кредитным продуктам, в том числе дифференциация ставок в рамках кредитного продукта, определение требований к капиталу кредитной организации, снижение волатильности финансового результата кредитной организации. Передовая практика в решении данных задач рассматривается в инфор-

мационных документах зарубежных регуляторов и Базельского комитета по банковскому надзору.

Вопросы применения современных подходов (продвинутых методов) к оценке кредитного риска и капитала кредитной организации освещены в работах следующих зарубежных авторов: А. Хамерле, Т. Либих, Д. Реш, Э. Алтман, А. Рести, А. Сирони, Е. Анжелини, Л. Аллен, А. Сандерс, Ж. Крука, Д. Эделман, Л. Томас, Ч. Гудхард, М. Сеговиано, М. Горди, Т. Джакобсон, Ж. Линде, К. Росбах. Анализ применения методов машинного обучения приведен в работах: Д. Харда, В. Хенлей, А. Атия, Р. Филдес, К. Николополос и других. Отмечается значительный рост работ по методам анализа риска со стороны китайских, тайваньских и южнокорейских авторов, таких как: Ю. Ким, С. Сон, Л. Юа, Ш. Ван, К. Либо, Т. Ли, Ч. Чиюб.

Значительный вклад в теорию оценки банковских рисков и взаимосвязанности рисков с пруденциальными подходами к оценке рисков внес А. Ю. Симановский. Тема о связи капитала банка и кредитного риска поднимается в работах Е. С. Карповой, Е. В. Травкиной, А. В. Урсуленко. Вопросы анализа рисков, в том числе банковских, рассматриваются в рамках научной школы О. И. Никонова. Вопросы применения методов машинного обучения к оценке кредитного риска рассматриваются в работах В. Е. Селянина, А. М. Порошиной, Я. С. Мязовой, А. В. Моисеева, Е. А. Поправко, Н. Г. Федотова.

Понятие комитета было введено К. Аблоу и Д. Кейлором в 1965 году в работе «Inconsistent Homogenous Linear Inequalities». Дальнейшее развитие метод комитетов получил Екатеринбургской школе распознавания образов Института математики и механики в работах Вл. Д. Мазурова, М. Ю. Хачая, А. И. Кривоногова, Н. Г. Белецкого, А. И. Смирнова. В рамках данных работ была показана применимость комитетных конструкции к решению практических задач классификации и распознавания образов. Заметим, что тема применения комитетных конструкций к построению моделей оценки кредитного риска является не изученной как российскими, так и зарубежными авторами.

Объект исследования – финансовые организации, реализующие процедуры оценки кредитных рисков по потребительским кредитам.

Предмет исследования – экономические отношения, возникающие по поводу управления риском кредитования в коммерческом банке.

Основная гипотеза. К оценке кредитного риска можно применить один из методов классификации – метод комитетов, который ранее не использовался для оценки кредитных рисков. Предполагается, что существует зависимость между числом членов комитета, «голосующих» за возникновение дефолта по кредитному договору, и кредитным риском. На основе комитетных конструкций могут быть разработаны модели оценки кредитного риска, удовлетворяющие требованиям Базельских соглашений.

Цель исследования состоит в разработке методического инструментария моделирования кредитного риска по потребительским кредитам на основе комитетных конструкций.

Для достижения этой цели были поставлены *следующие задачи*:

1) Обосновать методический подход и разработать инструментарий построения комитетных конструкций через решение задачи частично целочисленного программирования для целей классификации заемщиков банка.

2) Разработать рейтинговую модель оценки вероятности дефолта заемщика на основе комитетных конструкций.

3) Разработать методику оценки экономического эффекта применения рейтинговой модели на основе комитетных конструкций, обосновать алгоритм последовательной оптимизации комитетного решения, что позволяет проводить корректировку весов рейтинговой модели.

Теоретико-методологической базой исследования послужили положения теории комитетных конструкций, теории математического программирования, теории вероятностей, теории распознавания образов и классификации. Методическую основу исследования составили нормативные документы Банка России и материалы Базель II.

Достоверность и обоснованность подходов и выводов подтверждается достаточным объемом статистических данных о заемщиках (общее число проанализированных кредитных договоров – свыше 60 тыс. единиц), использованием методов математического и имитационного моделирования, математической статистики.

Информационную базу исследования составили данные о кредитных договорах, предоставленные кредитной организацией, положения, письма и статистические данные Банка России, методики оценки кредитных рисков, используемые российскими и зарубежными банками, а также сведения, содержащиеся в публикациях отечественных и зарубежных авторов.

Основные методы исследования. В диссертационном исследовании использовались общенаучные методы анализа (сравнительного, структурного, системного, логического). Применены методы линейного программирования, математического моделирования, эвристические методы поиска решения (эволюционный алгоритм и последовательная оптимизация решений), также в работе использованы методы математической статистики и теории вероятностей, использовались пакеты прикладных программ: IBM ILOG CPLEX, IBM SPSS Statistics, Wolfram Mathematica. Эволюционные алгоритмы реализованы на языке Visual Basic for Application.

Основные научные результаты, полученные лично автором, и их научная новизна:

1) Обоснован методический подход к классификации заемщиков банка, базирующийся на теории комитетных конструкций, подразумевающий под членом комитета полупространство в пространстве социально-экономических признаков заемщика, совокупность которых позволяет принять решение о выдаче кредита. На основе методического подхода разработан авторский инструментарий, включающий комитеты большинства, единогласия, р-комитет и комитет с неравными весами членов, учитывающие процедуры голосования по совокупности признаков заемщика, и отличающийся классификацией заемщиков на основе решения задач линейного частично-целочисленного программи-

рования, которые ранее не применялись для построения комитетных конструкций, что позволяет в отличие от традиционных Logit и Probit моделей учесть нелинейные зависимости переменных, в отличие от нейронных сетей – получить высокую интерпретируемость результатов решения (*п.1.1. Паспорта специальности 08.00.13 ВАК РФ*).

2) Обоснована возможность применения комитетных конструкций для построения рейтинговых моделей оценки заемщиков, в частности эмпирически подтверждена гипотеза о зависимости риска дефолта заемщика от числа членов комитета, «проголосовавших» за дефолт по кредитному договору. На основе доказанной гипотезы разработана авторская рейтинговая модель оценки вероятности дефолта заемщика, отличающаяся от традиционных рейтинговых моделей использованием комитетных конструкций на базе р-комитета, включающая частные рейтинговые модели для множеств заемщиков с низким и высоким уровнями риска, предполагающая выделение рейтинговых групп на основе числа членов комитета, «голосовавших» за дефолт, и подразумевающая валидацию на основе скорректированного индекса Херфиндаля, мер AUROC и AR. (*п.1.2, 1.4 Паспорта специальности 08.00.13 ВАК РФ*).

3) Разработана методика оценки экономического эффекта от классификации заемщиков с применением авторской рейтинговой модели, основанная на оценке высвобождаемого капитала банка, включающая расчет взвешенных по риску активов и требований к капиталу, отличающаяся от традиционных методик высокой чувствительностью к социально-экономическим признакам заемщика за счет применения комитетных конструкций, что позволяет количественно оценить кредитные риски банка, обосновать увеличение кредитного портфеля за счет снижения требований к капиталу и получение дополнительной прибыли. Авторская методика включает также алгоритм последовательной оптимизации комитетного решения, что позволяет проводить корректировку весов рейтинговой модели (*п.1.6 Паспорта специальности 08.00.13 ВАК РФ*).

Теоретическая значимость исследования состоит в развитии теории комитетных конструкций в части применения ее для оценки и моделирования кредитных рисков. *Практическая значимость* результатов диссертации заключается в разработке прикладного инструментария для оценки и моделирования кредитного риска в целях улучшения качества активов коммерческого банка и снижения требования к капиталу.

Апробация результатов исследования:

Работа автора, связанная с применением метода комитетов к оценке кредитных рисков вышла в финал «Второго национального конкурса по экономике» и отмечена наградой министра экономического развития РФ.

Основные результаты диссертационной работы докладывались и получали положительную оценку на международных и всероссийских научных конференциях: Всероссийская научно-практическая конференция АИСТ'2013 «Анализ Изображений, Сетей и Текстов», Екатеринбург, 4–6 апреля 2013; X Международная научная конференция по проблемам экономического развития в современном мире «Устойчивое развитие российских регионов: Россия и

ВТО», Екатеринбург, УРФУ, 19-20 апреля 2013; IV Международная научно-практическая конференция «Социально-экономическое развитие регионов России», Москва, МЭСИ, 23 мая 2014; XIII Международная молодежная конференция «Новые тенденции в экономике и управлении организацией», Екатеринбург, УРФУ, 25 – 27 июня 2014; Вл.Д. Мазуров и Уральская научная школа распознавания образов, Екатеринбург, УИЭУиП, 12 марта 2015; Устойчивое развитие российских регионов: экономическая политика в условиях внешних и внутренних шоков, Екатеринбург, УРФУ, 17-18 апреля 2015.

Основные результаты работы использованы ПАО «УралТрансБанк» и внедрены в модель принятия решений по кредитным заявкам, использованы Уральским банком ПАО «Сбербанк» для формирования бизнес-плана на 2015-2016 года, внедрены в тестовом режиме в скоринговую модель оценки заемщика в ООО Банк «Нейва». Результаты внедрения подтверждены актами.

Публикации. Основные положения диссертации опубликованы в 13 публикациях общим объемом 6,56 пл. (авторских 4,1 п.л.), из них – 3 статьи в журналах, входящих в перечень изданий, рекомендованных ВАК («Деньги и Кредит» (учредитель журнала - Центральный банк Российской Федерации) – 2 статьи, «Экономика и предпринимательство» - 1 статья), 9 статей в материалах конференций.

Структура диссертации. Диссертация состоит из введения, 3-х глав, заключения, списка литературы из 190 наименований. Основной объем работы составляет 166 страниц машинописного текста, включает 49 таблиц и 39 рисунков.

Во введении обоснована актуальность исследования, отражена степень изученности проблем, описаны цели и задачи диссертационной работы, перечислены основные результаты.

Первая глава «Капитал кредитной организации и методы оценки кредитных рисков» носит обзорный характер. В ней описаны основные подходы к оценке рисков кредитных организаций, пруденциальные подходы к оценке рисков и капитала. Рассмотрена классификация методов оценки риска, в рамках которой комитетные конструкции включены в группу классификационных методов оценки риска. Проведено сравнение комитетных конструкций с иными классификационными методами оценки заемщика.

Во второй главе «Применение комитетных конструкций к классификации заемщиков» сформулирована задача классификации заемщиков методом комитетов и показано сведение задачи построения комитетов к задачам линейного частично-целочисленного программирования, определена целевая функция задачи. Проведен расчет сложности решения задачи и показана возможность применения эволюционного алгоритма для поиска начального решения задачи линейного частично-целочисленного программирования.

В третьей главе «Построение рейтинговой модели оценки заемщика на основе комитетных конструкций» дается описание параметров заемщиков и вводятся новые параметры, показывается возможность применения метода главных компонент для уменьшения числа параметров, описывающих заемщи-

ка, что снижает вычислительную сложность задачи. Рассматривается гипотеза о зависимости кредитного риска от числа членов комитета, проголосовавших за дефолт заемщика. Производится построение рейтинговых моделей и сведение рейтинговых моделей в итоговую модель оценки вероятности дефолта заемщика, оценивается качество рейтинговой модели валидационными тестами. Рассчитывается экономический эффект от внедрения моделей и разрабатывается методология дальнейшего применения рейтинговой модели.

I. ОСНОВНЫЕ НАУЧНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ И РЕЗУЛЬТАТЫ, ВЫНОСИМЫЕ НА ЗАЩИТУ

1) Обоснован методический подход к классификации заемщиков банка, базирующийся на теории комитетных конструкций, подразумевающий под членом комитета полупространство в пространстве социально-экономических признаков заемщика, совокупность которых позволяет принять решение о выдаче кредита. На основе методического подхода разработан авторский инструментарий, включающий комитеты большинства, единогласия, r -комитет и комитет с неравными весами членов, учитывающие процедуры голосования по совокупности признаков заемщика, и отличающийся классификацией заемщиков на основе решения задач линейного частично-целочисленного программирования, которые ранее не применялись для построения комитетных конструкций, что позволяет в отличие от традиционных Logit и Probit моделей учесть нелинейные зависимости переменных, в отличие от нейронных сетей – получить высокую интерпретируемость результатов решения (п.1.1. Паспорта специальности 08.00.13 ВАК РФ).

Сформулируем задачу принятия решения о выдаче кредита комитетом из q членов. Пусть имеются m заемщиков по каждому из которых принимается решение о выдаче кредита или отказе в выдаче кредита. Договоримся нумеровать членов комиссии индексом t , а заемщиков индексом j . Допустим, что j -му заемщику соответствует вектор признаков x_j , а у каждого t -го члена комитета имеются предпочтения в выдаче кредита (некоторое полупространство в пространстве признаков), обозначенные w^t . В случае если параметры заемщика удовлетворяют предпочтениям члена комитета, то есть $x_j \in w^t$, член комитета w^t голосует за выдачу кредита.

Членом комитета будем называть некоторое полупространство в пространстве признаков w^t , комитетом называется некоторое множество членов комитета $Q = (w^1, w^2, \dots, w^q)$. Через $|\{t | x_j \in w^t\}|$ обозначим процедуру голосования, то есть количество членов комитета, голосующих за выдачу кредита.

Задача классификации заемщиков методом комитетов заключается в нахождении такого множества членов комитета, применение которого позволяет разделить заемщиков на 2 класса.

При принятии комитетом большинства из q членов решения по j заемщику, в случае, если $|\{t|x_j \in w^t\}| > \frac{q}{2}$, принимается решение выдать кредит, в случае, если $|\{t|x_j \in w^t\}| < \frac{q}{2}$, принимается решение отказать в выдаче кредита.

Так же существуют различные виды комитетов, такие как комитет единогласия, в котором решение за или против должно приниматься единогласным решением комитета, то есть при принятии комитетом единогласия из q членов решения по j заемщику, в случае, если $|\{t|x_j \in w^t\}| = q$, то принимается решение выдать кредит, в случае, если $|\{t|x_j \in w^t\}| < q$, принимается решение отказать в выдаче кредита.

Более общим видом комитета является p -комитет, в котором изначально не устанавливается число членов, которые должны проголосовать за или против, а определяются в процессе построения комитетного решения. При принятии p -комитетом из q членов решения по j заемщику, в случае, если $|\{t|x_j \in w^t\}| \geq p$, то принимается решение выдать кредит, в случае, если $|\{t|x_j \in w^t\}| < p$, принимается решение отказать в выдаче кредита, где $p = [1..q]$.

Приведем условный геометрический пример классификации заемщиков методом комитетов. Пусть в банке существует унифицированный кредитный продукт с фиксированной стоимостью и сроком (условно кредит в 1 млн. руб. на 3 года), тогда заемщиков можно характеризовать 2 параметрами = заявленный месячный доход и возраст.

Представим множество заемщиков на плоскости:

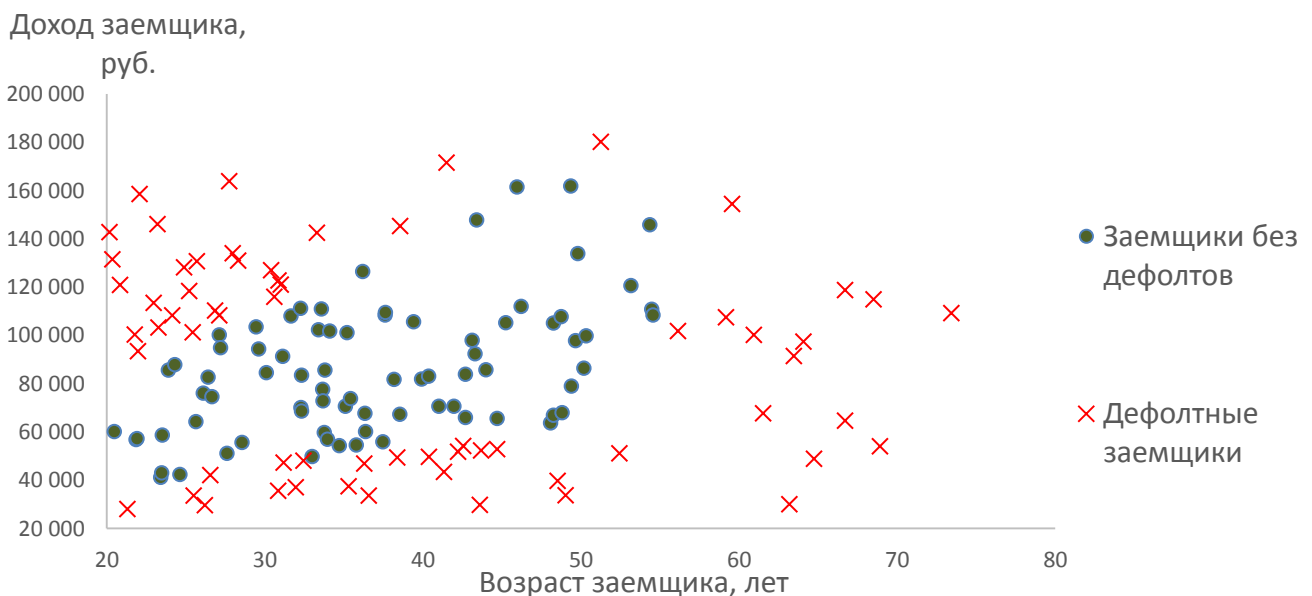


Рис 1. Геометрический пример

На рисунке 1 по оси Y указан доход заемщика, по оси X указан возраст заемщика, заемщики делятся на 2 класса – заемщики со случаем дефолта через 12 месяцев (красные крестики), заемщики без случаев дефолта (синие точки).

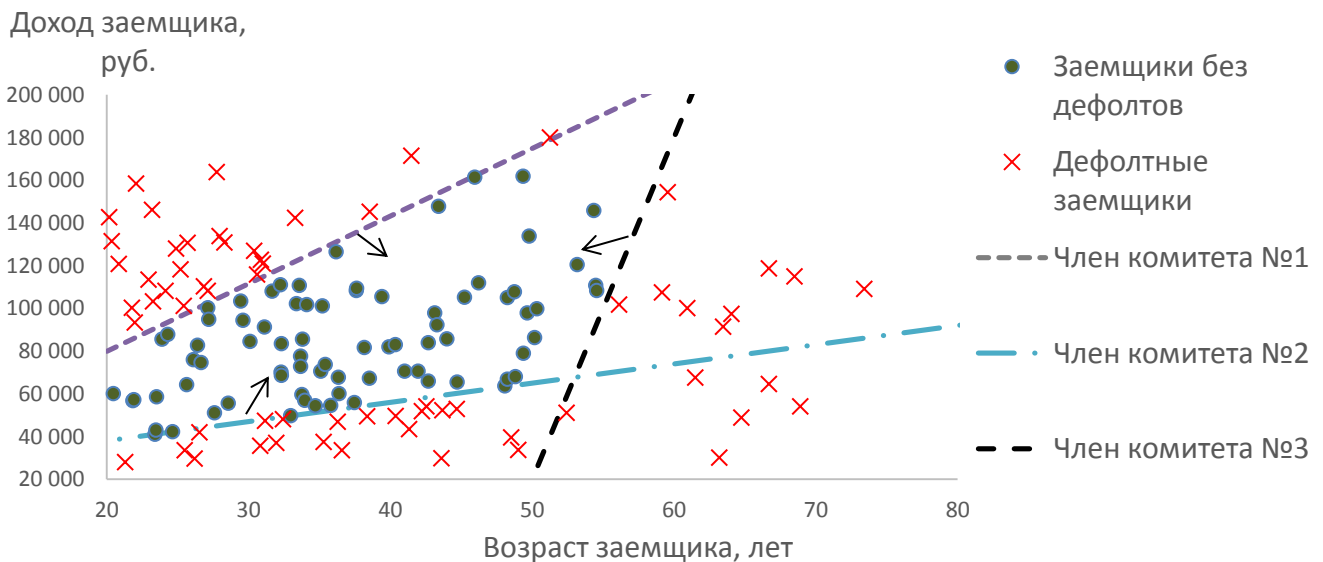


Рис 2. Классификация заемщиков методом комитетов

Как видно из рисунка 2 комитет из 3 членов позволяет точно классифицировать заемщиков. Стрелочками на графике указано направление «голосования» члена комитета за отсутствие дефолта. Член комитета №1 «отсекает» заемщиков, у которых указанные в заявке доходы не соответствуют возрасту, член комитета №2 «отсекает» заемщиков с низкими доходами, член комитета №3 «отсекает» заемщиков в возрасте.

На рисунке 2 видно, что каждый из членов комитета представляет собой некоторую гиперплоскость (в двумерном пространстве – линию), поэтому на начальном этапе сформулируем задачу построения линейной гиперплоскости.

Методы оценки кредитного риска можно разделить на следующие группы:

1. Количественные методы оценки риска (Value at Risk (VaR) и матрицы переходов / миграций);
2. Классификационные методы оценки риска (дерево принятия решений, Logit и Probit методы, нейронные сети)

Комитетные конструкции являются одним из методов классификации и соответственно, в случае применения комитетных конструкций к оценке заемщика, их необходимо включать в классификационные методы оценки риска. Основным преимуществом метода комитета по сравнению с Logit и Probit методами является возможность учета нелинейных зависимостей в переменных. По сравнению с нейронными сетями комитетные конструкции обладают более высокой интерпретируемостью результатов решения, в частности наличием геометрических интерпретаций решения.

Математически задачу построения линейной гиперплоскости можно сформулировать следующим образом. Пусть заданы множество $M \subset R^n$ и класс функций $F \subset \{R^n \rightarrow R\}$. Известно, что $M = K_1 \cup K_2$, причем множества K_1 и K_2 заданы своими конечными подмножествами $A \subset K_1$, $B \subset K_2$. Задачей построения линейного дискриминанта называется задача нахождения линейной функции $f \in F$ такой, что:

$$\begin{cases} f(a) > 0, \forall a \in A, \\ f(b) < 0, \forall b \in B. \end{cases} \quad (1)$$

Покажем построение линейного дискриминанта через решение задачи частично-целочисленного программирования.

Найдем такую линейную функцию f , что $K_1 = \{x \in M \mid f(x) > 0\}$ и $K_2 = \{x \in M \mid f(x) \leq 0\}$.

Пусть $x_j \in K_1$, где $j \in J$, $x_i \in K_2$, где $i \in I$, J – множество индексов элементов первого множества, I – множество индексов элементов второго множества.

Поскольку $M \subset R^n$, где n является размерностью пространства (число параметров, характеризующих заемщика), то договоримся обозначать $x \in M$, как $x_{z,j} \in K_1$, $x_{z,i} \in K_2$, где $z \in Z$. Z – множество параметров $\{1, 2, \dots, n\}$.

Тогда задача дискриминации множества на подмножества заключается в построении такой гиперплоскости, для которой выполняется следующая система линейных неравенств:

$$\begin{cases} \sum_z w_z * x_{z,j} - c > 0, \forall j \in J, \\ \sum_z w_z * x_{z,i} - c < 0, \forall i \in I. \end{cases} \quad (2)$$

Где w_1, w_2, \dots, w_n являются коэффициентами в линейном неравенстве, а c , соответственно, является свободным членом линейного неравенства.

Приведем геометрический пример классификации линейным дискриминантом – гиперплоскостью, в случае, если рассматриваемая система ограничений является совместной.

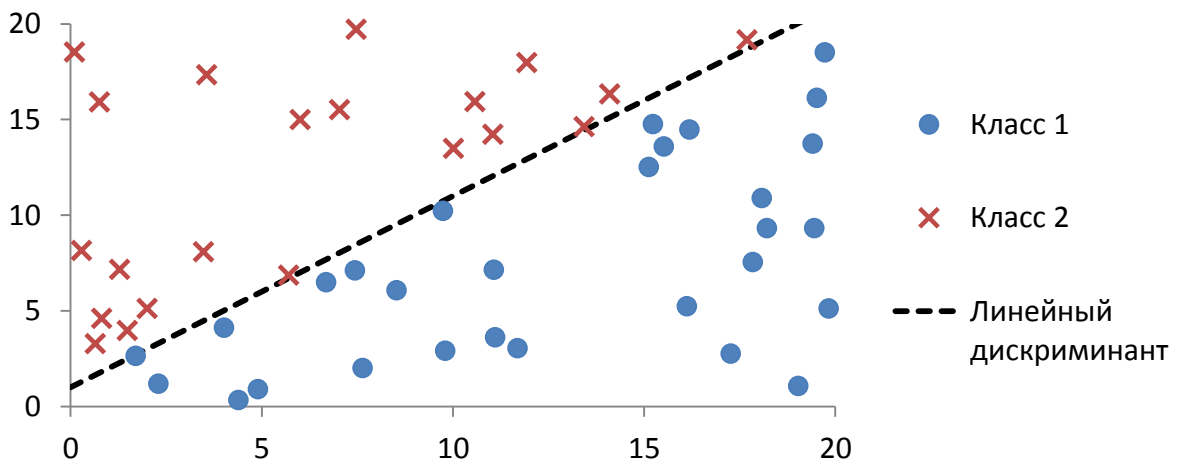


Рис. 3. Линейный дискриминант для совместной системы ограничений

В случае если система 2 является несовместной, то необходимо решить задачу линейного программирования с минимизацией числа ошибок.

Введем множества "невязок" $V = (v_1, v_2, \dots, v_j)$ и $V' = (v'_1, v'_2, \dots, v'_i)$, $V, V' \in \{0,1\}$. Тогда задача построения гиперплоскости сводится к задаче линейного программирования следующего вида:

$$\begin{cases} \sum_z w_z * x_{z,j} - c - L * v_j > 0, \forall j \in J, \\ \sum_z w_z * x_{z,i} - c + L * v'_i < 0, \forall i \in I \end{cases} \quad (3)$$

$$\min \sum_j v_j + \sum_i v'_i$$

где L – некоторое большое число.

Далее перейдем к построению комитета большинства, то есть такого комитета, в котором решение принимается простым большинством голосов. Тогда систему неравенств 2 необходимо преобразовать к системе следующего вида:

$$\begin{cases} |\{t | f_t(a) > 0\}| > \frac{q}{2}, \quad \forall a \in A, \\ |\{t | f_t(b) < 0\}| > \frac{q}{2}, \quad \forall b \in B. \end{cases} \quad (4)$$

где t – член комитета, q – число членов комитета.

Для построения комитета большинства необходимо изменить задачу построения линейного дискриминанта.

t -ым членом комитета будем называть последовательность $(w_1^t, w_2^t, \dots, w_z^t, c^t)$. Введем множество "невязок" $V = (v_1^t, v_2^t, \dots, v_j^t)$ и $V' = (v'_1{}^t, v'_2{}^t, \dots, v'_i{}^t)$. t – индекс, указывающий на принадлежность к члену комитета. $t \in T = \{1, 2 \dots q\}$.

Задача построения комитета большинства для разделения множества на подмножества сводится к решению следующей системы уравнений:

$$\begin{cases} \sum_z w_z^t * x_{z,j} - c^t - L * v_j^t > 0, \forall j \in J, \forall t \in T \\ \sum_z w_z^t * x_{z,i} - c^t + L * v'_i{}^t < 0, \forall i \in I, \forall t \in T \\ \sum_t v_j^t < \frac{q}{2}, \forall j \in J, \forall t \in T \\ \sum_t v'_i{}^t < \frac{q}{2}, \forall i \in I, \forall t \in T \end{cases} \quad (5)$$

Заметим, что данная система уравнений не всегда является совместной для фиксированного числа членов комитета, при этом данная система уравнений всегда разрешима в случае, увеличения числа членов комитета.

Для решения практических задач не всегда целесообразно построение комитетных конструкций имеющих 100% качество классификации на обучающей выборке при значительном числе членов.

Для построения комитета большинства с качеством классификации отличным от 100% введем дополнительные множества невязок $Y = (y_1, y_2, \dots, y_j)$ и $Y' = (y'_1, y'_2, \dots, y'_i)$, $Y, Y' \in \{0,1\}$.

Запишем задачу построения комитета большинства как задачу частично-целочисленного программирования:

$$\begin{cases} \sum_z w_z^t * x_{z,j} - c^t - L * v_j^t > 0, \forall j \in J, \forall t \in T \\ \sum_z w_z^t * x_{z,i} - c^t + L * v_i^t < 0, \forall i \in I, \forall t \in T \\ \sum_t v_j^t < \frac{q}{2} + L * y_j, \forall j \in J, \forall t \in T \\ \sum_t v_i^t < \frac{q}{2} + L * y'_i, \forall i \in I, \forall t \in T \end{cases} \quad (6)$$

$$\min \sum_j y_j + \sum_i y'_i$$

На рисунке далее приведем геометрический пример классификации комитетом большинства.

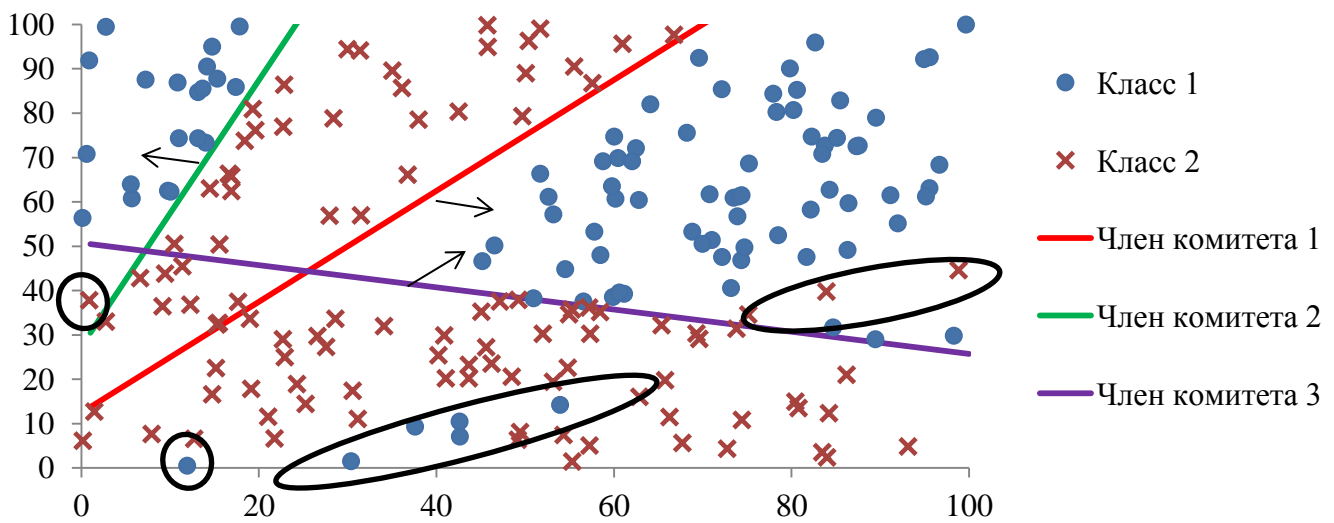


Рис. 4. Комитет большинства из 3 членов.

Стрелочками на рис. 4 показаны направления голосования членов комитета за принадлежность наблюдения к 1 классу. Кругочками обведены ошибки классификации.

Иной разновидностью комитетных конструкций является комитет единогласия, то есть такой комитет, в котором решение должно быть принято всеми членами комитета.

Приведем геометрический пример классификации комитетом единогласия.

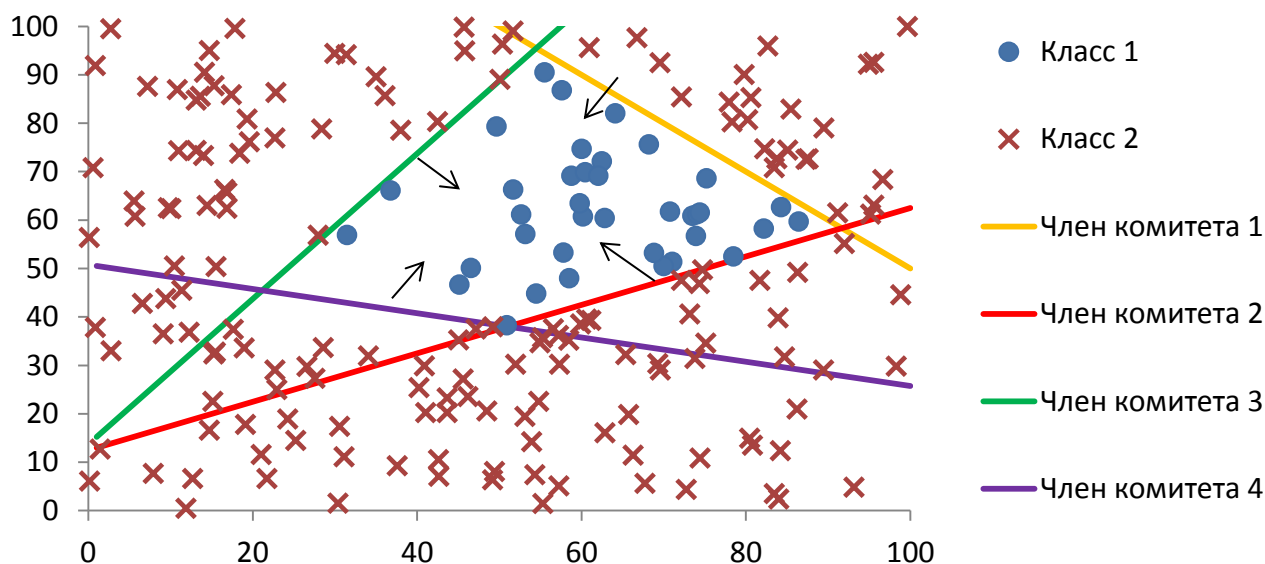


Рис. 5. Разделение множества комитетом единогласия из 4 членов.

Подробнее построение комитета единогласия через решение задачи частично-целочисленного программирования описано в Главе 2.

При начальном решении задачи классификации неизвестно какой именно комитет позволит классифицировать заемщиков с наибольшей точностью, в связи с чем, для практического применения особой интерес представляет *р*-комитет. При построении *р*-комитета изначально не задается «комитетное правило», то есть не определено число членов комитета, которое должно проголосовать за принятие решения. В процессе построения *р*-комитета может быть построен как комитеты большинства или единогласия, так и комитет, в котором решение, например, принимается 8 членами из 11.

Построение *р*-комитета можно свести задаче частично-целочисленного программирования следующего вида:

$$\begin{cases}
\sum_z w_z^t * x_{z,j} - c^t - L * v_j^t > 0, \forall j \in J, \forall t \in T \\
\sum_z w_z^t * x_{z,i} - c^t + L * v_i'^t < 0, \forall i \in I, \forall t \in T \\
\sum_t v_j^t \leq p + L * y_j, \forall j \in J, \forall t \in T \\
\sum_t v_i'^t < q - p + L * y'_i, \forall i \in I, \forall t \in T \\
p \geq 0 \\
p \leq q - 1 \\
\min \sum_j y_j + \sum_i y'_i
\end{cases} \quad (7)$$

В диссертационной работе для построения рейтинговых моделей применяется р-комитет, поскольку комитеты большинства и единогласия можно представить, как частные случаи р-комитета.

В рамках диссертационной работы рассмотрена возможность построения комитета с неравными весами членов. Данная комитетная конструкция, очевидно, будет обладать большей точностью, чем р-комитет. Заметим, что практического применения комитет с неравными весами не находит в связи со значительным увеличением вычислительной сложности задачи. Построение комитета с неравными весами описано в Главе 2 в разделе 2.3.1.

Первоначально целевая функция в задаче построения р-комитета определена как функция минимизации только ошибки классификации комитета, при этом ошибки классификации членов комитета игнорируются.

Заметим, что при решении практических задач классификации, в многомерном пространстве могут быть построены несколько р-комитетов с одинаковым числом членов, которые имеют одинаковое качество классификации, в связи с чем, возникает задача определения наиболее оптимального р-комитета. В рамках данной работы оптимальным будет признаваться комитет, в котором при равном качестве классификации будет наблюдаться меньшее число ошибок классификации у членов комитета.

Тогда функцию, приведенную в задаче 7, необходимо преобразовать следующим образом:

$$\min L' * (\sum_j y_j + \sum_i y'_i) + \sum_t \sum_j v_j^t + \sum_t \sum_i v_i'^t \quad (8)$$

2) Обоснована возможность применения комитетных конструкций для построения рейтинговых моделей оценки заемщиков, в частности эмпирически подтверждена гипотеза о зависимости риска дефолта заемщика от числа членов комитета, «проголосовавших» за дефолт по кредитному договору. На основе доказанной гипотезы разработана авторская рейтин-

говая модель оценки вероятности дефолта заемщика, отличающаяся от традиционных рейтинговых моделей использованием комитетных конструкций на базе р-комитета, включающая частные рейтинговые модели для множеств заемщиков с низким и высоким уровнями риска, предполагающая выделение рейтинговых групп на основе числа членов комитета, «голосовавших» за дефолт, и подразумевающая валидацию на основе скорректированного индекса Херфиндаля, мер AUROC и AR. (п.1.2, 1.4 Паспорта специальности 08.00.13 ВАК РФ).

Заметим, что метод комитетов выдает бинарное решение (1 – класс 1, 0 – класс 2). Бинарный ответ комитета не подходит для построения рейтинговой модели, поскольку в данном случае имелось бы только 2 рейтинга заемщиков, что недостаточно для применения IRB-подхода.

В рамках данной работы выдвинута гипотеза, что с возрастанием числа членов комитета, «проголосовавших» за дефолт по кредитному договору, вероятность дефолта по кредитному договору также возрастает.

Для подтверждения данной гипотезы построим р-комитет из 7 членов на обучающей выборке, составляющей около 10% от генеральной совокупности (7 000 заемщиков без случаев дефолта и 140 заемщиков со случаями дефолта). Время, затраченное на построение комитета, составило около 16 часов. Протестируем результаты комитетного решения на выборке, состоящей из 67 458 заемщиков без случаев дефолта и 1 340 заемщиков со случаями дефолта.

Таблица 1. Вероятность дефолта в зависимости от числа проголосовавших членов

Число членов комитета «проголосовавших» за дефолт	Число договоров	Число договоров в дефолте	Доля договоров в дефолте, %
0	43509	391	0,90
1	2901	50	1,72
2	1214	30	2,47
3	3171	76	2,40
4	13087	549	4,20
5	3036	218	7,18
6	540	26	4,81
Итого по выборке:	67458	1340	1,99

Результаты, приведенные в таблице 1, подтверждают гипотезу, о возрастании вероятности дефолта с увеличением числа членов комитета, проголосовавших за дефолт. Заметим, что вероятность дефолта в случае, если за дефолт проголосовало 6 членов, меньше чем, если за дефолт проголосовало 5 членов,

что возможно связано, с малым числом наблюдений в тестовой выборке за которые голосуют ровно 6 членов. Заемщики, за дефолт которых «проголосовало» бы свыше 6 членов комитета, в тестовой выборке отсутствуют. Поскольку с возрастанием числа членов комитета возрастает вероятность дефолта по кредиту, комитетные конструкции представляется возможным применить к построению рейтинговых моделей.

Кредитной организацией для построения рейтинговой модели предоставлены данные по 72 108 потребительским кредитам без обеспечения, выданным заемщикам мужчинам в период с 01.01.2011 по 01.08.2012, в различных территориях РФ, по которым было допущено 1 490 случаев дефолта (2,1%). Под дефолтом понимается возникновение просроченной задолженности по основному долгу или процентам свыше 90 дней. Заметим, что из генеральной совокупности исключены 138 заемщика со сроком просроченной задолженности свыше 330 дней, то есть заемщики, допустившие просроченную задолженность с первого платежа, поскольку, по мнению автора, дефолт данных заемщиков связан вероятнее всего с мошенническими операциями, проверка заемщиков на предмет возможного мошенничества должна осуществляться на этапе «фрод-мониторинга».

По кредитным договорам имеются следующие параметры:

1. Возраст заемщика;
2. Срок кредита;
3. Сумма кредита;
4. Доходы заемщика.

Введем дополнительные параметры, исходя из экономической сути кредитного продукта, а именно, отношение суммы кредита к сроку кредита и отношение месячного платежа к доходам заемщика (месячный платеж рассчитывается как отношение суммы кредита к сроку кредита, деленное на 12).

С целью снижения вычислительной сложности задачи, применен метод главных компонент, позволивший уменьшить число параметров заемщиков до 3 компонент, подробное описание параметров заемщиков и применение метода главных компонент можно показано в Главе 3 (раздел 3.1.1)

На начальном этапе был построен комитет из 2 членов, который позволил разделить общую совокупность кредитных договоров на 2 подмножества с низким и высоким уровнями кредитного риска соответственно.

Таблица 2. Качество решения 2 членов комитета

Число членов комитета «проголосовавших» за дефолт	Доля кредитных договоров в дефолте, %	Доля группы в тестовой выборке, %
0	0,96	71,40
1 и более	4,31	28,60
Итого:	1,90	100,00

В дальнейшем для каждого из множеств были построены р-комитеты из 7 членов, которые были преобразованы в некоторые рейтинговые модели.

Таблица 3. Рейтинговая модель для множества заемщиков с низким уровнем риска

Рейтинговая группа	Число членов комитета «проголосовавших» за дефолт	Доля кредитных договоров в дефолте, %	Доля группы в тестовой выборке, %
1	0	0,51	32,00
2	1	0,76	27,87
3	2	1,39	36,60
4	3 и более членов	2,03	3,53
Итого:		0,96	100,00

Таблица 4. Рейтинговая модель для множества заемщиков с высоким уровнем риска

Рейтинговая группа	Число членов комитета «проголосовавших» за дефолт	Доля кредитных договоров в дефолте, %	Доля группы в тестовой выборке, %
1	0	1,91	10,76
2	1	3,44	28,91
3	2	4,43	46,59
4	3-4	6,16	13,73
5	5 и более	12,75	2,33
Итого:		4,31	100,00

После построения рейтинговых моделей для множества 1 (заемщики с низким уровнем дефолта) и множества 2 (заемщики с высоким уровнем дефолта) необходимо составить единую рейтинговую модель оценки вероятности дефолта заемщика.

Таблица 5. Итоговая рейтинговая модель

Рейтинговая группа	Число кредитных договоров в дефолте	Общее число кредитных договоров	Доля заемщиков в дефолте, %	Доля группы в тестовой выборке, %
1	73	14 307	0,51	22,85
2	95	12 459	0,76	19,90
3	227	16 366	1,39	26,14
4	68	3 461	1,96	5,53

5	174	5 058	3,44	8,08
6	361	8 151	4,43	13,02
7	148	2 402	6,16	3,84
8	52	408	12,75	0,65
Итого:	1 198	62 612	1,90	100,00

Как видно из таблицы 5, качество рейтинговой модели было оценено на выборке, содержащей свыше 62 тыс. кредитных договоров.

Для валидации рейтинговой модели использовались следующие показатели: скорректированный индекс Херфиндаля, меры AUROC, AR. Так значение скорректированного индекса Херфиндаля (индекс концентрации) составило 7,2% (при допустимом значении для принятия рейтинговой модели – не более 30%, чем ниже значение тем лучше), значение мер дискриминационной силы AUROC и AR составило 72,3% и 45,9% соответственно (допустимые значения – более 70% и 40% соответственно, чем выше значения тем лучше). Заметим, что значение мер AUROC и AR для Logit метода в рамках данной задачи составило 69,1% и 38,1% соответственно (сравнение комитетных конструкций и Logit метода рассмотрено в разделе 3.3.4).

3) Разработана методика оценки экономического эффекта от классификации заемщиков с применением авторской рейтинговой модели, основанная на оценке высвобождаемого капитала банка, включающая расчет взвешенных по риску активов и требований к капиталу, отличающаяся от традиционных методик высокой чувствительностью к социально-экономическим признакам заемщика за счет применения комитетных конструкций, что позволяет количественно оценить кредитные риски банка, обосновать увеличение кредитного портфеля за счет снижения требований к капиталу и получение дополнительной прибыли. Авторская методика включает также алгоритм последовательной оптимизации комитетного решения, что позволяет проводить корректировку весов рейтинговой модели (*п.1.6 Паспорта специальности 08.00.13 ВАК РФ*).

Важным для внедрения рейтинговой модели оценки заемщиков является расчет экономического эффекта от внедрения. В рамках диссертационной работы разработана методика оценки экономического эффекта, основанная на оценке высвобождаемого капитала банка.

Рассмотрим алгоритм данной модели:

Шаг 1. На основании требований к оценке капитала, приведенных в Базель 2, производятся расчеты требований к капиталу для каждой рейтинговой группы.

Требования к капиталу рассчитываются по следующей формуле:

$$K = LGD * \left(N \left(\frac{N^{-1}(PD) + \sqrt{R} * N^{-1}(0,999)}{\sqrt{1 - R}} \right) - PD \right) \quad (9)$$

где R - показатель корреляции рисков, LGD – уровень потерь в случае дефолта заемщика, рассчитывается по внутренним данным о потерях по данным не менее чем за 5 лет.

Шаг 2. Для каждой рейтинговой группы рассчитываются взвешенные по риску активы (RWA). Расчет RWA производится по следующей формуле:

$$RWA = 12,5 * EAD * K \quad (10)$$

где EAD - стоимость под риском дефолта (объем требований к заемщикам) в рейтинговой группе.

Шаг 3. Аналогично шагам 1-2 необходимо рассчитать капитал и взвешенные по риску активы по кредитному портфелю в целом, в случае, если рейтинговая модель не применяется (исходя из средних значений PD и LGD).

Шаг 4. Расчет суммы высвобождаемого капитала производится по следующей формуле:

$$\Delta Capital = EAD * K_1 - EAD * K_2 \quad (11)$$

где K_1 и K_2 требования к капиталу, рассчитанные до и после применения рейтинговой модели соответственно.

Шаг 5. Оценку экономического эффекта от высвобождаемого капитала можно провести исходя из средней стоимости собственного капитала или исходя из увеличения кредитного портфеля без увеличения собственного капитала.

Экономический эффект исходя из средней стоимости капитала рассчитывается по следующей формуле:

$$Effect_{cap} = \Delta Capital * Cap_{cost}, \% \quad (12)$$

где $Cap_{cost}, \%$ – средняя стоимость собственного капитала банка.

Заметим, что корректный расчет средней стоимости собственного капитала является затруднительным, в связи с чем оценку экономического эффекта целесообразнее проводить исходя из оценки увеличения кредитного портфеля без увеличения собственного капитала.

Экономический эффект исходя из увеличения кредитного портфеля без увеличения собственного капитала рассчитывается по следующей формуле:

$$Effect_{EAD} = EAD * \frac{RWA_1}{RWA_2} * (Nim - PD - OPEX) \quad (13)$$

где RWA_1 и RWA_2 – взвешенные по риску активы, рассчитанные до и после применения рейтинговой модели соответственно, Nim – чистая процентная маржа, PD – вероятность дефолта по портфелю в целом, $OPEX$ – операционные расходы.

В рамках диссертационной работы расчет экономического эффекта произведен по формуле 13.

Далее приведены расчеты экономического эффекта от внедрения рейтинговой модели.

Таблица 6. Расчет взвешенных по риску активов и требований к капиталу

Рейтинговая группа	PD, %	EAD (объем кредитного портфеля), тыс. руб.	RWA (взвешенные по риску активы), тыс. руб.	Требования к капиталу, тыс. руб.	Требования к капиталу, %
1	0,51	3 676 027	2 004 886	161 745	4,4
2	0,76	3 471 764	2 335 266	187 475	5,4
3	1,39	4 663 711	4 043 309	321 796	6,9
4	1,96	553 069	531 794	42 586	7,7
5	3,44	1 326 627	1 413 907	112 763	8,5
6	4,43	2 137 867	2 339 513	188 132	8,8
7	6,16	630 003	713 551	57 330	9,1
8	12,75	107 011	147 446	11 771	11,0
Итого по рейтинговой модели:	1,91	16 566 079	13 529 672	1 083 600	6,6
Итого в случае отсутствия рейтинговой модели	1,91	16 566 079	15 822 847	1 259 022	7,6

Уровень потерь в случае дефолта для всех рейтинговых групп принят равным 75%.

Из таблицы 6 видно, что взвешенные по риску активы, в случае расчета по всему портфелю в целом, составили 15 822 847 тыс. руб. (требования к капиталу – 7,6%), тогда как взвешенные по риску активы, рассчитанные по рейтинговой модели, составляют 13 529 672 тыс. руб. (требования к капиталу – 6,5%). Следовательно, внедрение рейтинговой модели позволило бы кредитной организации снизить взвешенные по риску активы с 16 566 079 до 13 529 672 (- 2 293 176 тыс. руб. / -14,5%), что позволило бы увеличить объем кредитного портфеля на 14,5% (с 16 566 079 тыс. руб. до 18 966 970) без привлечения дополнительного капитала.

Учитывая, что средняя ставка по кредитам составляла 21,1% годовых, средняя стоимость привлечения кредитных ресурсов - 11,9% годовых, операционные расходы на выдачу потребительских кредитов (с учетом распределения управленческих расходов) составили 298 189 тыс. руб. (1,8% от объема выданных кредитов), то маржа кредитного портфеля составляла 7,4% (21,1% – 11,9% – 1,8%), маржа с учетом кредитного риска (PD) равнялась 5,5%. Тогда

дополнительная прибыль от увеличения кредитного портфеля на 2 400 891 тыс. руб. составила бы 132 049 тыс. руб.

С течением времени в кредитной организации появляется информация о новых случаях дефолта заемщиков, в связи с чем, представляется целесообразным на ежемесячной основе проводить корректировку параметров членов комитета. Поскольку построение комитетного решения требует значительных вычислительных затрат, то для корректировки комитетного решения используется метод последовательной оптимизации. Данный метод основан на последовательном решении задач линейного частично-целочисленного программирования с дополнительными ограничениями, что позволяет снизить вычислительную сложность задачи и, соответственно, затраты машинного времени.

Так для каждого из параметров членов комитета устанавливается допустимое отклонение от текущего значения и решается задача целочисленного программирования с ограничением допустимого изменения весов членов. Результаты комитетного решения фиксируются. На основе комитетного решения, полученного на предыдущем шаге, снова решается задача целочисленного программирования с дополнительными ограничениями. Последовательная оптимизация осуществляется до того момента, когда точность комитетного решения (индексы AR и AUROR) перестает улучшаться или изменяется незначительно (изменение индексов меньше 0,1 п.п.).

III. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Разработанный в рамках диссертационного исследования инструмент построения комитетных конструкций на основе решения задач линейного частично-целочисленного программирования может быть использован для целей моделирования кредитного риска заемщика и построения рейтинговой модели оценки кредитного риска по потребительским кредитам. Практическая значимость данного результата заключается в большей, по сравнению с Logit и Probit методами, дискриминационной силой комитетных конструкций за счет учета нелинейных зависимостей переменных, при этом по сравнению с нейронными сетями комитетные конструкции имеют высокую интерпретируемость результатов. Обоснованный автором методический подход расширяет возможности использования комитетных конструкций для целей оценки и моделирования кредитных рисков.

2. Подтверждение гипотезы о зависимости кредитного риска от числа членов комитета, «проголосовавших» за дефолт по кредитному договору, позволила разработать на основе комитетных конструкций авторскую рейтинговую модель оценки кредитного риска, имеющую положительный экономический эффект от внедрения. Разработанная модель была внедрена действующими кредитными организациями для целей оценки кредитного риска и бизнес-планирования финансового результата. Авторская рейтинговая модель удовлетворяет рекомендациям по валидации моделей и в дальнейшем может быть использована для расчета взвешенных по риску активов в соответствии с Базель

П, что положительно скажется на требованиях к капиталу кредитной организации.

3. В рамках диссертационного исследования разработана методика оценки экономического эффекта от внедрения рейтинговой модели, построенной на основе метода комитетов. Исходя из оценки изменения взвешенных по риску активов и требований к капиталу кредитной организации, обосновывается увеличение кредитного портфеля без привлечения дополнительного капитала и, соответственно, дополнительной прибыли. В рамках методики предложен алгоритм последовательной оптимизации комитетного решения, который позволяет корректировать рейтинговую модель в соответствии с изменяющимися социально-экономическими условиями без значительных затрат вычислительных ресурсов.

IV. ОСНОВНЫЕ ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

Результаты исследования отражены в публикациях, которые представлены ниже.

Статьи в изданиях, рекомендованных ВАК для публикаций научных результатов диссертаций:

1. Никонов О. И., Чернавин Ф. П. Построение рейтинговых групп заемщиков – физических лиц с применением метода комитетов / О. И. Никонов, Ф.П. Чернавин // «Деньги и Кредит» - 2014. №11 с. 52-55
2. Никонов О. И., Чернавин Ф. П. Динамика показателя «вероятность дефолта» по кредитам физических лиц / О. И. Никонов, Ф.П. Чернавин // «Деньги и Кредит» - 2015. №2 с. 40-45
3. Чернавин Ф.П. Применение комитетных конструкций для принятия решений по потребительским кредитам / Ф.П. Чернавин // «Экономика и предпринимательство» - 2015 №12-4(65-4) с. 143-149

Статьи в рецензируемых изданиях и материалах конференций:

4. Чернавин Ф. П. Применение метода комитета большинства для принятия решения по выдаче кредита / Ф.П. Чернавин // Доклады всероссийской научной конференции АИСТ'13. Екатеринбург, 4-6 апреля 2013 года. С.93-96.
5. Никонов О. И., Чернавин Ф. П., Власов В. Е. Сравнение метода комитетов и логит-модели в приложениях к решению задач прогнозирования валютного рынка / О. И. Никонов, Ф.П. Чернавин, В. Е. Власов // Материалы X Международной научной конференции по проблемам экономического развития в современном мире «Устойчивое развитие российских регионов: Россия и ВТО», май 2013
6. Чернавин Ф. П. Применение нейронных сетей к задачам оценки вероятности дефолта по потребительским кредитам/ Ф.П. Чернавин // Журнал научных публикаций аспирантов и докторантов, июль 2013 года
7. Никонов О. И., Чернавин Ф. П. Современные методы классификации. Метод комитетов / О. И. Никонов, Ф.П. Чернавин // Материалы конфе-

- ренции «Социально-экономическое развитие регионов России», 23 мая 2014 года
8. Чернавин Ф. П., Чернавин Н. П. Применение метода комитетов к прогнозированию движения фондовых индексов / Ф.П. Чернавин, Н.П. Чернавин // Материалы конференции НАУКА МОЛОДЫХ Москва, 19-20 ноября 2015 г., с 307-320
 9. Никонов О. И. Построение рейтинговых моделей с применением комитетных конструкций / О. И. Никонов, Ф. П. Чернавин, Н. П. Чернавин // Устойчивое развитие российских регионов: экономическая политика в условиях внешних и внутренних шоков : сборник материалов XII международной научно-практической конференции, г. Екатеринбург, 17-18 апреля 2015 г.
 10. Никонов О. И. Проблемы классификации: метод комитетов / О. И. Никонов, Ф. П. Чернавин, М. А. Медведева // Устойчивое развитие российских регионов: экономическая политика в условиях внешних и внутренних шоков : сборник материалов XII международной научно-практической конференции, г. Екатеринбург, 17-18 апреля 2015 г.
 11. Никонов О.И., Чернавин Ф.П., Чернавин Н.П. Применение метода комитетов к решению задач прогнозирования валютного рынка / О. И. Никонов, Ф. П. Чернавин, Н. П. Чернавин / Вестник УИЭУиП №2 2015.
 12. O.I. Nikonov, M.A. Medvedeva, F.P.Chernavin, Using the Committee Machine Method to Forecasting on the FOREX, Proceedings, Second International Conference on Mathematics and Computers in Sciences and in Industry (MCSI), 17-17 Aug. 2015, Sliema, Malta, IEEE Computer Society, Conference Publishing Services (CPS), pp. 240-243
 13. Oleg I. Nikonov, Fedor P. Chernavin and Marina A. Medvedeva. The problems of classification: Method of committees, AIP Conf. Proc., 1738, 2016